

УДК 238.22

С.О. Решетняк, А.С. Бережинський

## ПАРАМЕТРИ ПОВЕРХНЕВОЇ ДВОФОКУСНОЇ СПІН-ХВИЛЬОВОЇ ЛІНЗИ

The paper investigates the process of spin waves refraction, when passing through the inhomogeneous structure, a biaxial ferromagnet in the form of the biconvex lens placed in the medium of an uniaxial ferromagnet. We theoretically calculate the dependencies of "optical" parameters (refractive index, focal length) on such spin-wave lens. The paper uses geometrical optics formalism to describe the behavior of surface spin waves propagating in the ferromagnetic medium with nonuniform distribution of magnetic parameters. The obtained frequency and field dependencies of surface spin-wave lens focal lengths for different branches of spin waves demonstrate the ability to manage their relative values by changing frequency and magnitude of external homogeneous magnetic field..

## Вступ

Останнім часом у фізиці спінових хвиль особливий інтерес викликає характер поширення високочастотних обмінних спінових хвиль у неоднорідних структурах тієї чи іншої конфігурації. Це в першу чергу пов'язано зі стрімким розвитком нанотехнологій і наноелектроніки, що дає можливість створювати спінтронні прилади із розмірами, які дають змогу використовувати переваги високочастотних спінових хвиль.

Слід зазначити, що проблемам керування обмінними спіновими хвилями присвячений цикл експериментальних робіт авторів О. Серги, М. Костилюва, Б. Хільдебрандса, А. Чумака [1–5]. Цей цикл дав змогу отримати уявлення про можливості керування, фільтрації спінових хвиль, а також створення модулів їх генерації, перемикачів і т.п. у пристроях на обмінних спінових хвилях.

Запропонована робота присвячена використанню підходу геометричної оптики [6] для опису поведінки поверхневої спінової хвилі при розповсюдженні в ферромагнітному середовищі з неоднорідним розподілом магнітних параметрів. Використання цього підходу забезпечує можливість змінювати напрямок спінової хвилі, а також фокусувати її у вибраних точках завдяки впровадженню неоднорідностей і зміні зовнішнього магнітного поля.

Зазначений підхід був використаний також для описання відбиття і заломлення спінових хвиль в одновісних магнетиках [7]. Крім того, він дав змогу виявити ефект двопронезаломлення спінової хвилі у двовісних феродіелектриках [8].

## Постановка задачі

Метою статті є дослідження можливості створення спін-хвильової лінзи (двовісний ферромагнетик у формі двовипуклої збиральної лінзи, яка поміщена в середовище з одновісного ферромагнетика), а також теоретичний розрахунок залежностей "оптичних" параметрів (показника заломлення, фокусної відстані) для спін-хвильової лінзи.

## Основні рівняння

Розглянемо систему, що складається з трьох частин. Перша і третя частини (уздовж напрямку осі  $x$ ) являють собою одновісний напівнескінченний ферромагнетик, а між ними перебуває двовісний ферромагнетик, виконаний у формі випуклої лінзи (рис. 1).

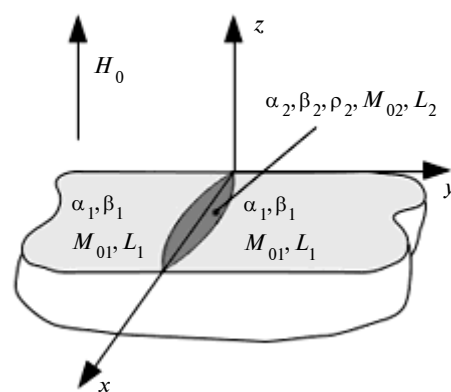


Рис. 1. Геометрія досліджуваної структури

Перша і третя частини характеризуються параметром обмінної взаємодії  $\alpha_1$ , параметром одновісної магнітної анізотропії  $\beta_1$ , величиною намагніченості насичення  $M_{01}$ . Друга частина

характеризується, відповідно, параметрами  $\alpha_1$ ,  $\beta_2$ ,  $M_{02}$  і параметром ромбічної магнітної анізотропії  $\rho_2$ . Легка вісь паралельна напрямку зовнішнього постійного поля  $H_0$  й осі  $z$ . Площина  $z = 0$  відділяє цю структуру від вакууму. Розрахуємо фокусні відстані для лінзи.

Розглянемо межу між першою та другою частинами системи. Будемо використовувати формалізм спінової густини [9, 10], згідно з яким намагніченість можна подати у вигляді

$$\mathbf{M}_j(\mathbf{r}, t) = M_{0j} \Psi_j^+(\mathbf{r}, t) \sigma \Psi_j(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

де  $\Psi_j$  — квазікласичні хвильові функції, які відіграють роль параметра порядку спінової густини,  $\mathbf{r}$  — радіус-вектор декартової системи координат,  $t$  — час,  $\sigma$  — матриці Паулі,  $j = 1, 2$ .

Принцип найменшої дії приводить до таких рівнянь Лагранжа для  $\Psi_j$  при відсутності згасання у системі:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\mu_0 \mathbf{H}_{ej} \sigma \Psi_j(\mathbf{r}, t),$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_j^+(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{H}_{ej} \sigma \Psi_j^+(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

де  $\mu_0$  — магнетон Бора,  $\hbar$  — стала Планка,

$$\mathbf{H}_{ej} = \frac{\partial w_j}{\partial \mathbf{M}_j} + \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial w_j}{\partial \left( \frac{\partial \mathbf{M}_j}{\partial x_k} \right)}, \quad w_j — \text{густина енергії.}$$

В обмінному наближенні густина енергії записується як [8]

$$w_1 = \frac{\alpha}{2} \left( \frac{\partial m_1}{\partial x_k} \right)^2 + \frac{\beta}{2} (m_{1x}^2 + m_{1y}^2) - H_0 M_{1z},$$

$$w_2 = \frac{\alpha}{2} \left( \frac{\partial m_2}{\partial x_k} \right)^2 + \frac{\beta}{2} (m_{2x}^2 + m_{2y}^2) + \rho m_{2x}^2 - H_0 M_{2z}. \quad (3)$$

Тут враховано, що в основному стані матеріал намагнічений паралельно осі  $\mathbf{e}_z$ ,  $M_j^2(\mathbf{r}, t) = \text{const}$  і  $M_j(\mathbf{r}, t) = M_{0j} \mathbf{e}_z + \mathbf{m}_j(\mathbf{r}, t)$ , де  $\mathbf{m}_j(\mathbf{r}, t)$  — мала поправка до основного стану. Використовуючи лінійну теорію збурень, розв'язок (2) можна записати у вигляді

$$\Psi_j(\mathbf{r}, t) = \exp \left( \frac{i\mu_0 H_0 t}{\hbar} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ \chi_j(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix}, \quad j = 1, 2, \quad (4)$$

де  $\chi_j(\mathbf{r}, t)$  — малий додаток, що характеризує відхилення намагніченості від основного стану.

На поверхні  $z = 0$  має виконуватись гранична умова [8, 11]

$$\frac{\partial \chi_j}{\partial z}(x, y, 0, t) - L_j(x, y, 0, t) = 0, \quad j = 1, 2, \quad (5)$$

де  $L_j$  — параметр закріплення спінів на поверхні магнетика.

Лінеаризуючи рівняння (2) з урахуванням (4) і виконуючи перетворення Фур'є за часом і координатами  $y, z$ , одержуємо

$$\Omega_1 = \alpha_1(\mathbf{r}_\perp) k_{1\perp}^2(\mathbf{r}_\perp) + \beta_1(\mathbf{r}_\perp) + \tilde{H}_{01} - \alpha_1(\mathbf{r}_\perp) L_1^2,$$

$$\Omega_2 = [\alpha_2(\mathbf{r}_\perp) k_{2\perp}^2(\mathbf{r}_\perp) + \beta_2(\mathbf{r}_\perp) + \tilde{H}_{02} - \alpha_2(\mathbf{r}_\perp) L_2^2] \times$$

$$\times [\alpha_2(\mathbf{r}_\perp) k_{2\perp}^2(\mathbf{r}_\perp) + \rho_2(\mathbf{r}_\perp) + \beta_2(\mathbf{r}_\perp) + \tilde{H}_{02} - \alpha_2(\mathbf{r}_\perp) L_2^2], \quad (6)$$

де  $\tilde{H}_{0j} = \frac{H_0}{M_0}$ ,  $\Omega_j = \frac{\omega \hbar}{2\mu_0 M_{0j}}$ ,  $\omega$  — частота,  $k_\perp = (k_x, k_y, 0)$ ,  $r_\perp = (x, y, 0)$ .

### Застосування підходу геометричної оптики

Із (6) випливає

$$\alpha_1(\mathbf{r}_\perp) k_{1\perp}^2(\mathbf{r}_\perp) = \Omega_1 - \beta_1(\mathbf{r}_\perp) - \tilde{H}_{01} + \alpha_1(\mathbf{r}_\perp) L_1^2,$$

$$\alpha_2(\mathbf{r}_\perp) k_{2\perp}^2(\mathbf{r}_\perp) = \alpha_2(\mathbf{r}_\perp) L_2^2 - \frac{\rho_2(\mathbf{r}_\perp)}{2} - \beta_2(\mathbf{r}_\perp) - \tilde{H}_{02} \pm \sqrt{\Omega_2^2 + \rho_2^2(\mathbf{r}_\perp)/4}. \quad (7)$$

Якщо довжина спінової хвилі  $\lambda$  задовольняє умову переходу до геометричної оптики  $\lambda \ll a$ , де  $a$  — характерний розмір наявних у середовищі неоднорідностей, то отримуємо аналог класичного рівняння Гамільтона—Якобі:

$$(\nabla_\perp s_j(\mathbf{r}_\perp))^2 = n_j^2(\mathbf{r}_\perp), \quad j = 1, 2, \quad (8)$$

де  $\nabla_\perp = \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial y}$ ,  $n_j^2(\mathbf{r}_\perp) = \frac{k_j^2(\mathbf{r}_\perp)}{k_0^2}$ .

Як і в оптиці, будемо вважати, що права частина рівняння (8) являє собою квадрат показника заломлення, тоді відносний показник заломлення визначається як

$$n^\pm = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2^\pm} = \frac{k_2^\pm}{k_1} =$$

$$= \sqrt{\frac{\alpha_1 \alpha_2 L_2^2 - \frac{\rho_2}{2} - \beta_2 - \tilde{H}_{02} \pm \sqrt{\Omega_2^2 + \rho_2^2/4}}{\alpha_1 L_1^2 - \beta_1 - \tilde{H}_{01} + \Omega_1}}, \quad (9)$$

де  $\theta_1$  — кут падіння,  $\theta_2^\pm$  — кути заломлення. Завдяки закріпленню спінів з'являється можливість спостереження ефекту двопронезаломлення.

### Параметри спін-хвильової лінзи

Згідно з [8], амплітуда відбиття спінової хвилі визначається як

$$R^\pm = \frac{k_0 \alpha_1 \cos \theta_1 B^\pm - i A (\alpha_1 \cos \theta_1 - \gamma B^\pm)}{k_0 \alpha_1 \cos \theta_1 B^\pm - i A (\alpha_1 \cos \theta_1 + \gamma B^\pm)}, \quad (10)$$

де  $B^\pm = \alpha_2 \gamma \sqrt{(n^\pm)^2 - \sin^2 \theta_1}$ .

Оцінимо параметри матеріалу для тонкої лінзи і малих кутів падіння. Очевидно, ми маємо забезпечити необхідну прозорість лінзи. Інтенсивність відбитої хвилі визначається як квадрат від амплітуди відбиття. Згідно з (10), (для малих кутів і  $A \rightarrow \infty$ )

$$|R|^2 = \left( \frac{\alpha_1 - \alpha_2 \gamma^2 n^2}{\alpha_1 + \alpha_2 \gamma^2 n^2} \right)^2. \quad (11)$$

Вимагатимемо виконання умови  $|R|^2 < \eta$ , де  $\eta$  — необхідний ступінь малості. Отримуємо обмеження на  $n$  і, отже, на  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $L$ ,  $M_0$  і  $H_0$ :

$$\frac{1 - \sqrt{\eta}}{1 + \sqrt{\eta}} < \frac{\alpha_2}{\alpha_1} n < \frac{1 + \sqrt{\eta}}{1 - \sqrt{\eta}}.$$

Зокрема, при  $a_1 = a_2$ ,  $M_{01} = M_{02}$ ,  $L_1 = L_2$  коефіцієнт відбиття не перевищує 10 %, якщо

$0,52 < n < 1,92$  [10]. При такому співвідношенні отримуємо поверхню, яка пропускає 90 % падаючої хвилі, тож отримуємо лінзу з малим відбиттям.

Для виконання умови геометричності оптики товщина лінзи або дзеркала обмежується нерівністю

$$a \gg 2\pi \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha L^2 - \rho/2 - \beta - \tilde{H}_0 \pm \sqrt{\Omega^2 + \rho^2/4}}}.$$

Фокусна відстань лінзи визначається за формулою

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right),$$

де  $R_1, R_2$  — радіуси кривизни поверхонь лінзи. Наприклад, для лінзи, сформованої з ферит-гранату в іншому ферит-гранаті, при радіусі кривизни  $R_1 = -R_2 = 1$  мкм, товщині лінзи  $a = 0,1$  мкм та показнику заломлення  $n = 1,8$  отримуємо фокусну відстань  $f \approx 0,6$  мкм.

### Обговорення результатів

На рис. 2, а відображено залежність показників заломлення для обох гілок спінової хвилі  $n^+$  і  $n^-$  від частоти спінової хвилі  $\omega$  при фіксованих значеннях параметрів матеріалів, характерних для ферит-гранатів [12], та фіксованому зовнішньому магнітному полі. Слід зазначити, що, як видно з рисунка, при частотах  $\omega > 6,4 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$  "від'ємна" гілка спінової хвилі перестає існувати. Отже, існує можливість підібрати параметри системи та величину зовніш-

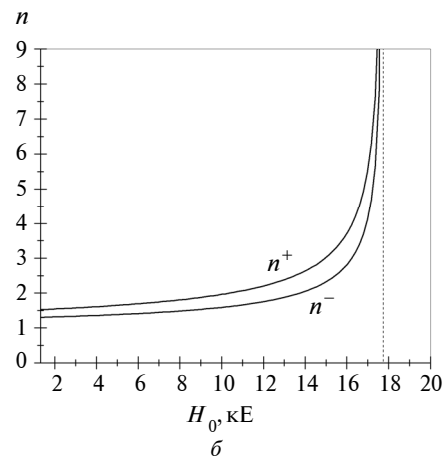
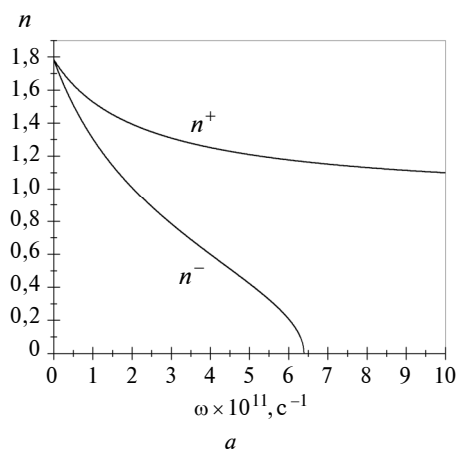


Рис. 2. Залежність показників заломлення для обох гілок спінової хвилі  $n^+$  і  $n^-$  при  $a_1 = 5,44 \times 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $a_2 = 6 \times 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\beta_1 = 10$ ,  $\beta_2 = 15$ ,  $\rho_2 = 1$ ,  $L_1 = 15 \times 10^5 \text{ см}^{-1}$ ,  $L_2 = 25 \times 10^5 \text{ см}^{-1}$ ,  $M_{01} = 105 \text{ Гс}$ ,  $M_{02} = 100 \text{ Гс}$ : а — від частоти спінової хвилі при  $H_0 = 1500 \text{ Е}$ ; б — від зовнішнього магнітного поля при  $\omega = 1 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$

нього магнітного поля таким чином, щоб при деяких значеннях частоти спінової хвилі існували обидві гілки, а при інших значеннях частоти — лише одна гілка.

Рис. 2, б демонструє залежність показників заломлення для обох гілок спінової хвилі  $n^+$  і  $n^-$  від зовнішнього однорідного магнітного поля. Штрихована лінія відповідає початку забороненої зони в одновісному середовищі і, як наслідок, відсутності падаючої хвилі.

На рис. 3 подано залежність показника заломлення “від’ємної” гілки спінової хвилі  $n^-$  від зовнішнього магнітного поля  $H_0$  при різних значеннях  $L_1$ . За допомогою зміни відношення параметрів закріплення спінів у середовищах можна змінювати показник заломлення та, відповідно, фокусну відстань.

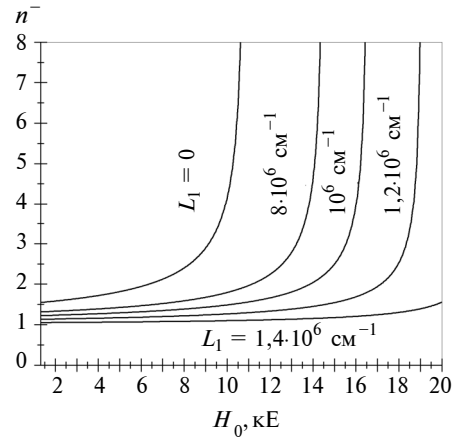


Рис. 3. Залежність показника заломлення “від’ємної” гілки спінової хвилі  $n^-$  від зовнішнього магнітного поля  $H_0$  при  $\alpha_1 = 5,44 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\alpha_2 = 6 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\beta_1 = 10$ ,  $\beta_2 = 15$ ,  $\rho_2 = 1$ ,  $L_2 = 25 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ ,  $M_{01} = 105 \text{ Гс}$ ,  $M_{02} = 100 \text{ Гс}$ ,  $\omega = 2 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$  і при різних значеннях  $L_1$

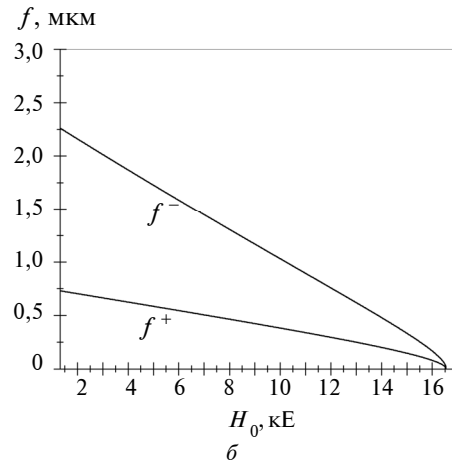
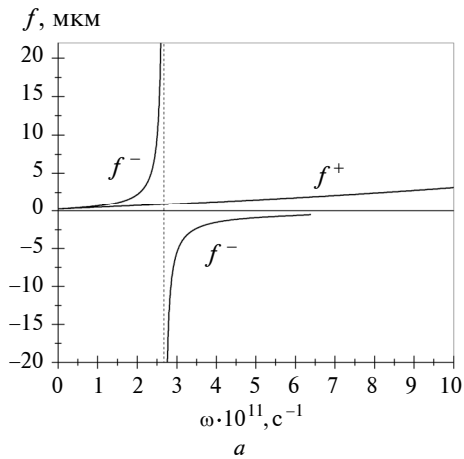


Рис. 4. Залежність фокальних відстаней  $f^-$  і  $f^+$  при  $\alpha_1 = 5,44 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\alpha_2 = 6 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\beta_1 = 10$ ,  $\beta_2 = 15$ ,  $\rho_2 = 1$ ,  $L_1 = 15 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ ,  $L_2 = 25 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ ,  $M_{01} = 105 \text{ Гс}$ ,  $M_{02} = 100 \text{ Гс}$ : а — від частоти спінової хвилі при  $H_0 = 1500 \text{ Е}$ ; б — від зовнішнього магнітного поля при  $\omega = 2 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$

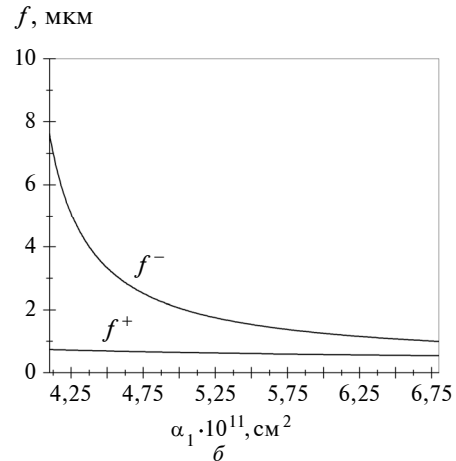
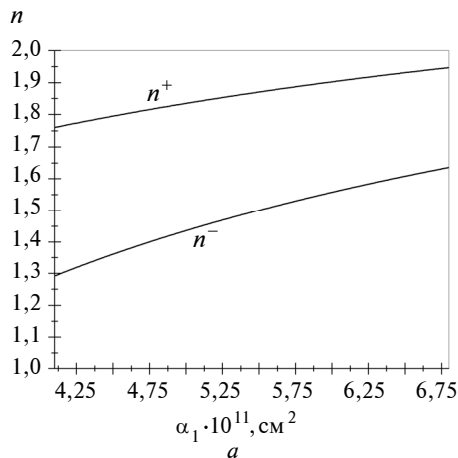


Рис. 5. Залежність від параметра обмінної взаємодії  $\alpha_1$  при  $\alpha_2 = 6 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\beta_1 = 10$ ,  $\beta_2 = 15$ ,  $\rho_2 = 1$ ,  $L_1 = 15 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ ,  $L_2 = 25 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ ,  $M_{01} = 105 \text{ Гс}$ ,  $M_{02} = 100 \text{ Гс}$ ,  $\omega = 2 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ ,  $H_0 = 1500 \text{ Е}$ : а — показників заломлення для обох гілок спінової хвилі  $n^+$  і  $n^-$ ; б — фокальних відстаней  $f^-$  і  $f^+$

На рис. 4, *а* показано залежність фокальних відстаней  $f^-$  і  $f^+$  від частоти спінової хвилі  $\omega$ . Штрихована лінія відповідає точці  $n^-(\omega) = 1$ . Рис. 4, *б* показує залежність фокальних відстаней  $f^-$  і  $f^+$  від зовнішнього магнітного поля  $H_0$ .

На рис. 5 подано залежність від параметра обмінної взаємодії одновісного середовища  $\alpha_1$  показників заломлення для обох гілок спінової хвилі  $n^+$  і  $n^-$  (рис. 5, *а*) та фокальних відстаней  $f^-$  і  $f^+$ . Слід зазначити, що за необхідності можна підібрати параметри матеріалу таким чином, що через межу розділу будуть проходити лише хвилі, які відповідають одній із гілок, в той час як хвилі другої гілки будуть повністю відфільтровуватися [5].

Зазначимо також, що, як добре видно з рис. 4, *б*, можна в широких межах змінювати фокусні відстані за рахунок зміни зовнішнього магнітного поля без зміни магнітних параметрів лінзи. Це дає можливість створення відповідних спін-хвильових пристроїв на основі ідеї

керування спінової хвилі за допомогою зовнішнього магнітного поля.

### Висновки

Проведені в статті дослідження свідчать про можливість створення двофокусної поверхневої лінзи на основі системи одновісний ферромагнетик–двовісний ферромагнетик.

Отримані частотні та польові залежності фокусних відстаней поверхневої спін-хвильової лінзи для різних гілок спінових хвиль показали можливість керування їх відносною величиною за рахунок частоти та величини зовнішнього постійного однорідного магнітного поля.

В подальшому доцільно дослідити поведінку поверхневих спінових хвиль залежно від напрямку зовнішнього магнітного поля, а також вплив магнітного поля на явище двопроникнення заломлення спінових хвиль у системі одновісний ферромагнетик–двовісний ферромагнетик.

1. *Realization of spin-wave logic gates* / T. Schneider, A.A. Serga, B. Leven // *Appl. Phys. Lett.* — 2008. — **92**, N 2. — P. 022505–022507.
2. *Phase reciprocity of spin-wave excitation by a microstrip antenna* / T. Schneider, A.A. Serga, T. Neumann, B. Hillebrands // *Phys. Rev. B.* — 2008. — **77**, N 21. — P. 214411–214415.
3. *Serga A.A., Kostylev M.P., Hillebrands B.* Formation of Guided Spin-Wave Bullets in Ferromagnetic Film Stripes // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — **101**, N 13. — P. 137204–137207.
4. *Chumak A.V., Serga A.A., Hillebrands B.* Parametrically stimulated recovery of a microwave signal using standing spin-wave modes of a magnetic film // *Phys. Rev. B.* — 2009. — **79**, N 1. — P. 014405–014414.
5. *Frequency-dependent reflection of spin waves from a magnetic inhomogeneity induced by a surface direct current* / T. Neumann, A.A. Serga, B. Hillebrands, M.P. Kostylev // *Appl. Phys. Lett.* — 2009. — **94**, N 4. — P. 042503–042505.
6. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. — М.: Наука, 1973. — 720 с.
7. *Горобец Ю.И., Решетняк С.А.* Отражение и преломление спиновых волн в одноосных магнетиках в приближении геометрической оптики // *ЖТФ.* — 1998. — **68**, № 2. — С. 60–63.
8. *Решетняк С.А.* Преломление поверхностных спиновых волн в пространственно неоднородных ферродиеlectricах с двуосной магнитной анизотропией // *Физика твердого тела.* — 2004. — **46**, № 6. — С. 1031–1037.
9. *Барьяхтар В.Г., Горобец Ю.И.* Цилиндрические магнитные домены и их решетки. — К.: Наук. думка, 1988. — 168 с.
10. *Решетняк С.А.* Приближение геометрической оптики для объемных спиновых волн в пространственно неоднородных ферродиеlectricах с дефектом обмена // *ФНТ.* — 2004. — **30**, № 4. — С. 398–402.
11. *Ахизер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В.* Спиновые волны. — М.: Наука, 1967. — 368 с.
12. *Эшенфельдер А.* Физика и техника цилиндрических магнитных доменов. — М.: Мир, 1983. — 496 с.